

Eesti koolinoorte LVIII täppisteaduste olümpiaad

MATEMAATIKA KOOLIVOOR

Tallinnas, 24. novembril 2010. a.

XI klass

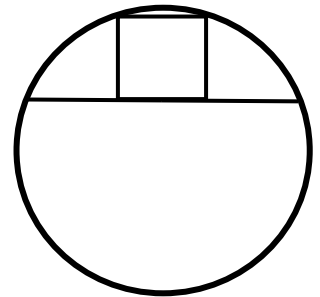
Lahendamiseks on aega 4 tundi.

Iga ülesande õige ja ammendavalt põhjendatud lahendus annab 7 punkti.

Taskuarvutit kasutada ei lubata.

1. Ringjoonele $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 20 = 0$ on tõmmatud tõusev puutuja, mis lõikab x-telge kohal $x = -3,5$. Leia puutepunkti koordinaadid.
2. Leia kõik sellised kahekohalised täisarvulised a väärtused, mille korral on murru $\frac{2012 + a}{a + 2}$ väärtus täisarv.
3. Tõesta, et kui arvud x ja y rahuldavad seost $2x + 4y = 1$, siis $x^2 + y^2 \geq \frac{1}{20}$. Millal kehtib võrdus?

4. Ringist on kõõluga eraldatud segment, millesse on joonisel näidatud moel (*kaks tippu kõõlul ja kaks ringjoonel*) ehitatud ruut küljepikkusega $\sqrt{19} - 2$. Leia ringjoone raadius eeldusel, et kõõl toetub kesknurgale suurusega 120° ja ruut on ehitatud väiksemasse segmenti.



5. Tantsuõhtul osaleb 11 noormeest ja 13 neidu. Kas nad saavad moodustada ringi selliselt, et
 - a) ühelgi peolisel ei oleks naabriteks kaks noormeest?
 - b) ühelgi peolisel ei oleks naabriteks kaks neidu?